A) Poliedros Regulares

En **https://www.geogebra.org/m/phuxsh2f** están desarrolladas algunas de las actividades para trabajar directamente con los alumnos.

POLIEDROS REGULARES

Se entiende por poliedro regular, un poliedro cuyas caras son un único polígono regular y además, en cada vértice concurren el mismo número de polígonos.

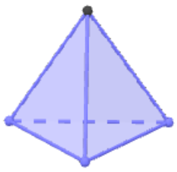
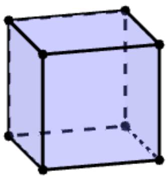
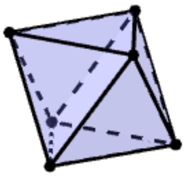
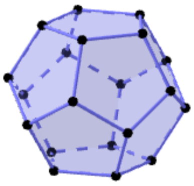
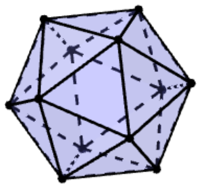
Con estas dos consideraciones, sólo existen 5 poliedros regulares convexos: Tetraedro, Cubo (Hexaedro), Octaedro, Dodecaedro e icosaedro.

Los poliedros regulares verifican la fórmula de Euler,

C+V=A+2

Todos los poliedros convexos verifican esta igualdad.

Completa, utilizando la relación anterior los valores de C,V,A que no están escritos.

Tetraedro	Cubo	Octaedro	Dodecaedro	Icosaedro
				
Caras=4 **V**értices=4 **A**ristas=6	C=6 V= 8 A= ……..	C= ……… V= 6 A= 12	C=12 V= ……… A=32	C=20 V=12 A= …….

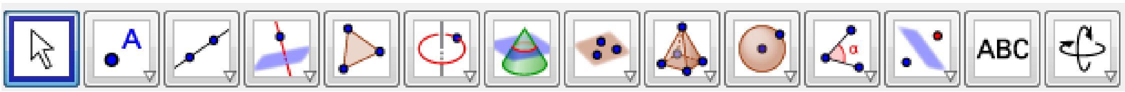
Vamos a construir estos poliedros utilizando el software GeoGebra, en particular la vista 3D de este programa.

Antes de empezar con construcción de poliedros regulares, vamos a explorar un poco GeoGebra 3D.

GeoGebra 3D

Una de las novedades más significativas de la versión 5.0 de GeoGebra (septiembre 2014) fue la incorporación de la vista 3D.

La vista 3D tiene barra de herramientas propia, que contiene herramientas comunes a la vista grafica 2D y otras específicas para trabajar en el espacio.

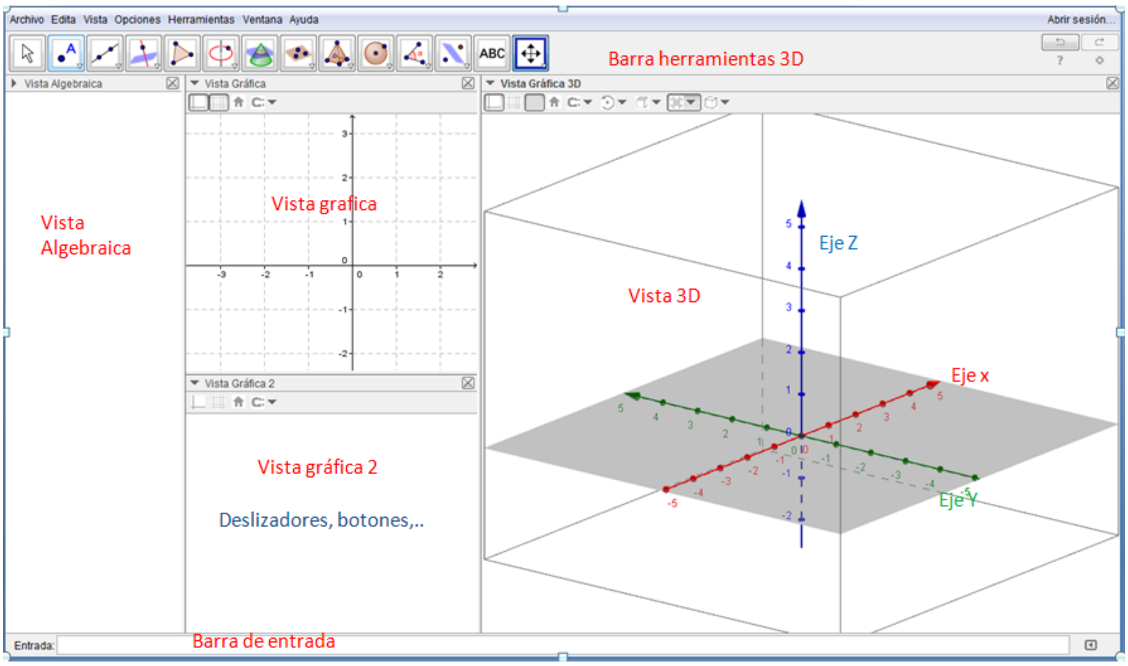


Además de las herramientas de esta barra hay multitud de comandos que amplían las posibilidades de construcción en el espacio.

La vista 3D, está interconectada con el resto de vistas, lo que aumenta su potencia y funcionalidad.

Para trabajar en la vista 3D, es conveniente que ésta ocupe una parte grande de la pantalla, las vistas algebraica y grafica (o grafica 2) deben estar presentes, por lo que es bueno tener una disposición de pantalla en que nos sintamos cómodos.

Una disposición adecuada puede ser como se muestra:



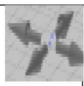
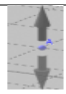
Ocasionalmente pueden abrirse otras ventanas: CAS, Hoja Cálculo, proyección 2D,...

Estos botones facilitan la manipulación de la vista 3D	

1. Primeros pasos con GeoGebra 3D

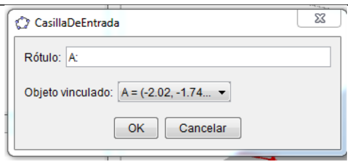
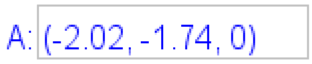
Creación de Puntos 3D. Varias formas de hacerlo.

- Selecciona la herramienta punto y haz clic en la vista 3D**, el punto se crea sobre el plano XY.**

Este punto puede desplazarse con el ratón, bien sobre el plano XY o bien verticalmente.	Al hacer clic en el punto aparecen las imágenes:			
		Desplazamiento horizontal		Desplazamiento vertical.

- En la barra de entrada podemos introducir directamente sus coordenadas A = (1,1,2) y el punto se crea en esa posición que puede moverse con ratón como se ha indicado.

- Utilizando casillas de entrada. Es la forma más versátil.

	Crea un punto en plano XY	
a = 1	Crea casilla de entrada en vista gráfica o vista gráfica 2 En rótulo escribe A: Objeto vinculado A	
Ahora puede editarse la casilla e introducir el punto que se desea o bien mover el punto con el ratón.		

La construcción de rectas, planos, y figuras geométricas es bastante intuitiva utilizando la barra de herramientas que muestra la vista 3D.

Segmentos y Rectas. Basta seleccionar la herramienta correspondiente y seleccionar dos puntos.

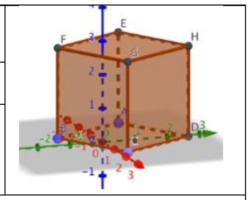
Polígonos. Crea tres puntos, al menos uno de ellos fuera del plano XY . Selecciona la herramienta Polígono y construye el triángulo que tiene esos puntos como vértices.

Plano. Construye ahora el plano que pasa por esos tres puntos.

La construcción de prismas, pirámides, cilindros conos y esfera son muy intuitivos desde la barra de herramientas, pero en esta sesión vamos a centrarnos en poliedros regulares.

2.- Poliedros regulares.

Construir un poliedro regular en GeoGebra es muy sencillo.

	Crea dos puntos sobre el plano XY. Sean A y B	
Cubo(A,B) y pulsa INTRO, y ya está construido un cubo de Arista AB.		
Modifica los aspectos visuales. Pulsa botón derecho en vista algebraica sobre **cubo**, elige Propiedades. Cambia color, estilo, opacidad,…		
Construido el cubo así, puede ocurrir que si giramos la vista gráfica se salga de la pantalla,…		

Vamos a utilizar a partir de ahora una plantilla que facilita la construcción de poliedros.

Abrir archivo plantillapoliedros.ggb (valida también para otras construcciones 3D).

Plantilla preparada para facilitar construcción de poliedros regulares, de forma que ya aparezcan centrados en eje Z, y así facilitar rotaciones y otras operaciones.

Seleccionar **n=3 para construir tetraedro, octaedro e icosaedro** (cara triángulo equilátero), **n=4 para construir cubo y n=5 para dodecaedro**.

Para construir un poliedro regular basta escribir la instrucción:

Nombrepoliedro(A,B,C) con nombrepoliedro= tetraedro, cubo, octaedro, dodecaedro o icosaedro según el poliedro regular que se desee construir.

Utilizando esta plantilla, vamos a construir los 5 poliedros regulares convexos y "hacer matemáticas" a partir de su construcción.

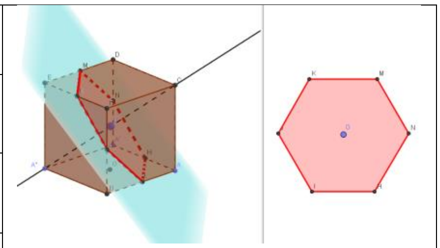
Actividad 1. El cubo.

1.1. Abre el archivo plantillapoliedros.ggb y construye un cubo.

Construye un cubo, para ello sitúa el deslizador n=4 y escribe en la barra de entrada Cubo(A,B,C). Modifica aspectos visuales. (Botón Mejor color de las caras suave y opacidad no muy grande.

1.2 Cortes en el cubo.

Estudiar cortes en cubo por plano perpendicular a recta que pasa por vértices opuestos .

Cubo(A,B,C) crea el cubo a		
	Recta. Selecciona dos vértices opuestos.	
	Construye un punto sobre la recta	
	Plano perpendicular. Selecciona punto y recta.	
	Herramienta intersección de superficies. Selecciona el plano y el cubo.	
Botón derecho sobre plano y elige "representación 2D de ….." Se muestra la sección plana.		

Mueve el punto sobre la recta para ver en la nueva vista las secciones que se originan.

¿Qué polígonos se obtienen como corte del cubo?

¿Es posible que la sección sea un hexágono regular? ¿Dónde ha de estar situado el punto?

1.3 Haz una construcción similar, pero ahora, en vez de recta por dos vértices opuestos, sitúa los dos puntos sobre aristas opuestas.

¿qué figuras polígonos puedes conseguir ahora?

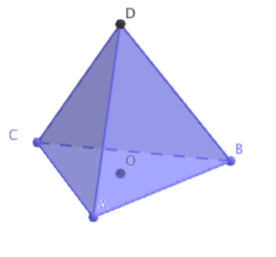
Es posible obtener un pentágono? ¿Puede ser regular?

¿Es posible obtener polígonos de más de 6 lados? ¿Por qué?

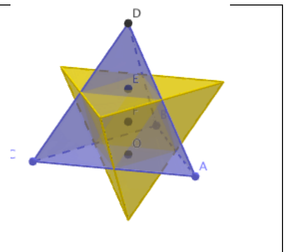
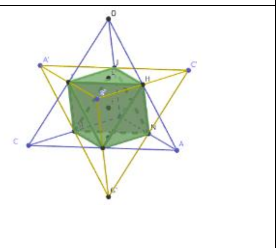
Intenta conseguir distintos tipos de triángulos y cuadriláteros.

Actividad 2. Tetraedro

2.1. Construye utilizando la plantilla un tetraedro.

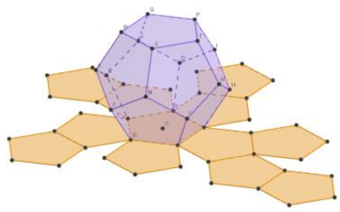
Selecciona n=3 en la plantilla. **Tetraedro(A,B,C),**	
Botón derecho en vista algebraica sobre tetraedro y cambia aspectos visuales: color, grosor,…	

2.2. **Construir a partir del tetraedro la estrella octángula, el cubo y el octaedro.**

	Punto medio centro, y selecciona el centro de la base O y el vértice D	
	Selecciona O y E (punto medio del apartado anterior)	
Refleja(a,F) con esto hacemos simetría central del tetraedro en el punto F.		
	Punto medio de las aristas del tetraedro inicial.	
Octaedro(H,I,J) o las letras que correspondan		

¿Qué poliedro se obtiene uniendo los 8 vértices de los dos tetraedros? Intenta construirlo con GeoGebra.

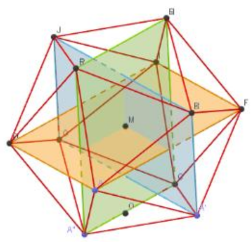
Actividad 3. Desarrollo plano de los poliedros regulares.

<table>
<tr><td colspan="2">Abre el archivo plantillapoliedros.ggb y selecciona n=5</td><td rowspan="4"></td></tr>
<tr><td colspan="2">Construye un dodecaedro. Dodecaedro(A,B,C) sea a.</td></tr>
<tr><td>a = 2</td><td>En vista gráfica 2, deslizador entre 0 y 1. Sea t su nombre</td></tr>
<tr><td colspan="2">Desarrollo[a,t]
Basta mover el deslizador para obtener el desarrollo.
Oculta e poliedro, y anima el deslizador.</td></tr>
</table>

De igual forma puede construir el desarrollo del resto de poliedros regulares, y también de prismas y pirámides.

Actividad 4. Icosaedro y rectángulo áureo.

<table>
<tr><td>Selecciona n=3 en plantilla

Icosaedro(A,B,C)</td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>Construye sobre él tres rectángulos perpendiculares uniendo vértices de aristas opuestas.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Comprueba que los rectángulos construidos son áureos.

Mide la longitud de los lados de uno de los rectángulos y comprueba que su cociente es:

$a/b=(1+\sqrt{5})/2\approx 1.62$</td></tr>
</table>

Puede hacerse también de forma inversa la construcción:

Construir tres rectángulos áureos perpendiculares y sobre sus vértices construir el icosaedro.

Para ello define: a=0, b=1, c=(1+sqrt 5)/2

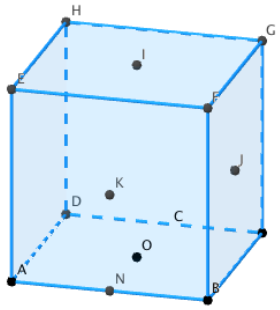
Define los puntos (a, b, c), (a, b, -c), (a, -b, c), (a, -b, -c),… rotando las letras.

Actividad 5. Dualidad de poliedros regulares

Se denomina poliedro dual al poliedro que tiene los vértices en los centros de las caras del poliedro inicial.

¿Qué poliedro es el dual del cubo? Vamos a comprobarlo utilizando GeoGebra.

<table>
<tr><td colspan="2">Selecciona n=4 en la plantilla, Cubo (A,B,C)

Modifica aspectos visuales(color, grosor líneas, opacidad) del cuboo seleccionándolo en ventana algebraica con botón derecho.</td><td rowspan="4">
</td></tr>
<tr><td></td><td>Punto medio y selecciona dos vértices opuestos de cada una de las caras.</td></tr>
<tr><td colspan="2">¿Qué poliedro se forma al unirlos puntos centrales de cada cara? ¿Qué polígono es cada cara del nuevo poliedro? ¿Cuántas caras tiene?</td></tr>
<tr><td colspan="2">Octaedro(I,J,K)</td></tr>
<tr><td colspan="3">Cambia aspectos visuales. Puedes construir casillas de control para mostrar/ocultar el poliedro y su dual.</td></tr>
</table>

5.2 Utiliza GeoGebra para construir el poliedro dual del dodecaedro.

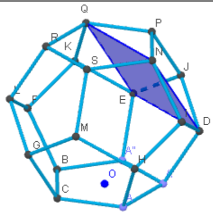
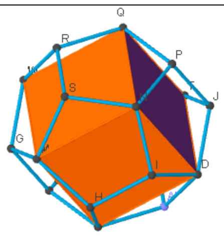
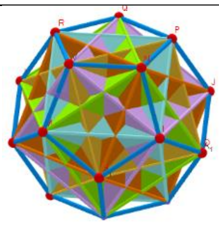
En este caso para determinar el centro de las caras (pentágonos) del dodecaedro, es más sencillo trazar la recta perpendicular a cara cara por el centro del dodecaedro

¿Qué poliedro es el dual del tetraedro?

Actividad 6 . Inscribir un poliedro regular en otro.

Inscribir un cubo en un dodecaedro. Mediante rotación del cubo, inscribir 5 cubos en dodecaedro.

<table>
<tr><td colspan="2">Sobre la plantilla de apartado 1. Seleccionar n=5.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Dodecaedro(A,B,C) , cambia en propiedades la opacidad a valor 0.</td></tr>
<tr><td></td><td>Construir polígono eligiendo 4 puntos que formen cuadrado.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Cubo(D,N,Q). Sea b nombre del cubo.</td></tr>
</table>

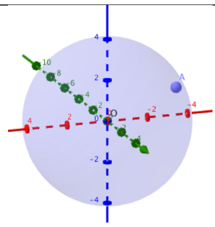
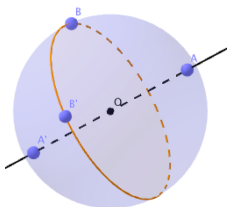
		
Mediante rotaciones del cubo sobre el eje Z puede construirse la figura de la derecha donde se representan cinco cubos en el dodecaedro.		
Rota (b, 72°, EjeZ) Repetir tres veces cambiando el nombre del cubo a rotar o bien el ángulo.		

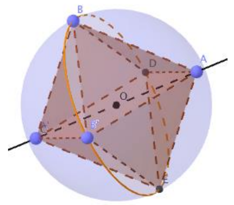
Actividad 7. Inscribir los poliedros regulares en la esfera.

Una vez construido un poliedro, construir la esfera que pasa por todos sus vértices es mu sencillo. Basta determinar el centro del poliedro y a continuación construir la esfera centrada en él y que pase por un vértice cualquiera.

7.1 Vamos a intentar el procedimiento inverso. Dada una esfera, construir un poliedro inscrito en ella.

Construir el octaedro inscrito en una esfera . (El octaedro es el poliedro más sencillo de inscribir en la esfera)

O=(0,0,0) para construir el centro de la esfera en el origen de coordenadas.		
	Esfera(O,4) construimos la esfera de centro O y radio 4.	
	Selecciona la herramienta punto y haz clic sobre la esfera.	
	Simetría central y selecciona A y O en ese orden, sea A' el punto simétrico. Obien escribe: **Refleja(A,O)**	
	Recta que pasa por A y A'. **Recta(A,A')**	
	Plano perpendicular a la recta por el punto O	
	Intersección de dos superficies y selecciona el plano y la esfera. Se construye la circunferencia intersección. Puedes ocultar el plano.	
	Construye un punto B sobre la circunferencia	
	Rotación Axial y selecciona el punto B, a recta y en el cuadro que aparece a continuación cambia 45º por 90º	

Octaedro(B,A,A')	

Estima que proporción o porcentaje es el volumen es el octaedro respecto al de la esfera.

Comprueba midiendo los volúmenes si tu estimación ha sido buena. Basta utilizar el comando Volumen(a) . Siendo a el sólido que queremos medir.

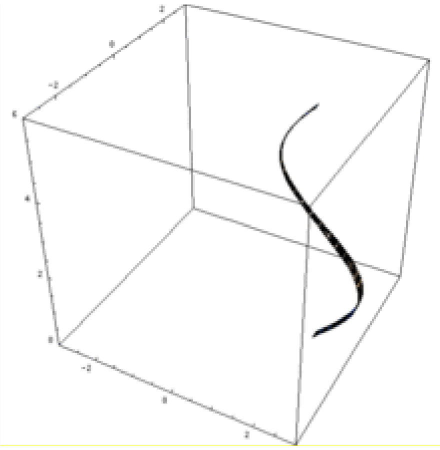
B) Superficies

En **https://www.geogebra.org/m/tcneb4xr** están desarrolladas algunas de las actividades para trabajar directamente con los alumnos.

Una **superficie** es aquello que solo tiene longitud y anchura.
Euclides, Los Elementos, Libro I, definición 5ª.

1. Superficies de revolución

Una superficie de revolución es aquella que se genera mediante la rotación de una curva plana, o generatriz, alrededor de una recta directriz, llamada eje de rotación, *la cual se halla en el mismo plano que la curva.* No es necesaria esta limitación para construir superficies de revolución con GeoGebra.



Ejemplos de superficies de revolución:

Una **superficie de revolución cilíndrica** es generada por la rotación de una línea recta, paralela al eje de rotación.

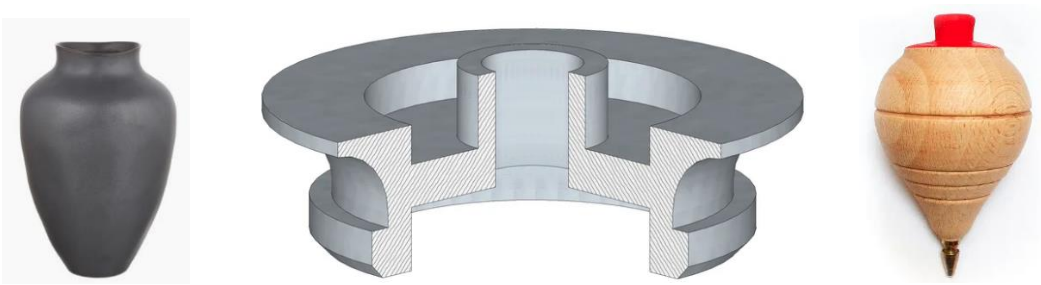
Una **superficie de revolución cónica** es generada por la rotación de una recta alrededor de un eje al cual interseca en un punto, llamado vértice o ápice, de forma que el ángulo bajo el que la generatriz corta al eje es constante.

Una **superficie de revolución esférica** está generada por la rotación de una semicircunferencia alrededor de su diámetro.

Una **superficie de revolución toroidal** está generada por la rotación de una circunferencia alrededor de un eje que no la interseca en ningún punto.

La utilización de superficies de revolución es esencial en diversos campos de la física y la ingeniería, así como en el diseño, cuando se dibujan objetos digitalmente, sus superficies pueden ser calculadas de este modo sin necesidad de medir la longitud o el radio del objeto.

La alfarería y el torneado industrial, moldean y modelan volúmenes con variadas superficies de revolución de gran utilidad y uso cotidiano.



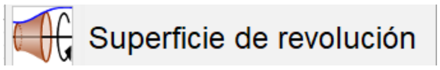
Superficies de revolución.

1.1 Superficies de revolución de objetos geométricos.

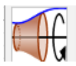
Las versiones actuales de GeoGebra permiten construir superficies de revolución de la mayoría de los objetos creados utilizando los botones de la barra de herramientas, tanto los de la vista gráfica 2D y 3D. La construcción de superficies de revolución está al alcance de todos los alumnos sin limitación de edad.

1.1.1 Superficies de revolución de un segmento

Actividad 1. Herramienta Superficie de revolución.



Construye un segmento cualquiera en la vista gráfica, para ello selecciona la herramienta segmento, y haz clic en dos puntos del plano. Automáticamente se muestra el segmento creado en la vista gráfica 3D.

Haz clic en la vista gráfica 3D, para que se muestre su barra de herramientas. Selecciona la herramienta "**Superficie de Revolución**"  y selecciona el segmento construido, de forma automática se construye la superficie de revolución engendrada por el segmento al girar una vuelta completa alrededor del eje x.

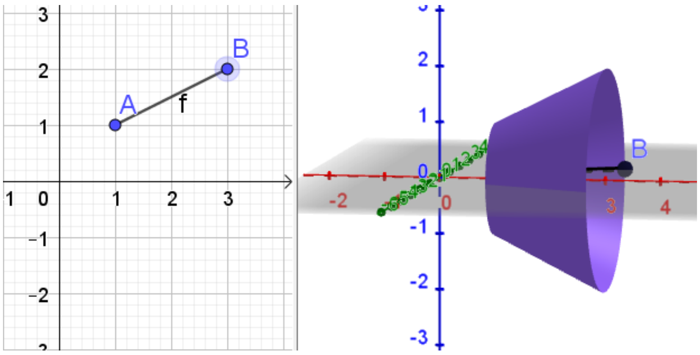


Imagen 1. Superficie de revolución de un segmento alrededor del eje x

Mueve ahora utilizando el ratón los puntos A y B, de forma automática se modifica la superficie construida. Mueve los puntos para que la superficie sea un cono, un cilindro. ¿Qué superficie se obtiene si el segmento AB es vertical?

Actividad 2.

Si se desea obtener la superficie que se genera al rotar un ángulo distinto a 360º basta escribir en barra de entrada **Superficie(f, ánguloº, EjeX)**, si f es el segmento. También es válida la expresión **Superficie(f, pi, EjeX)**.

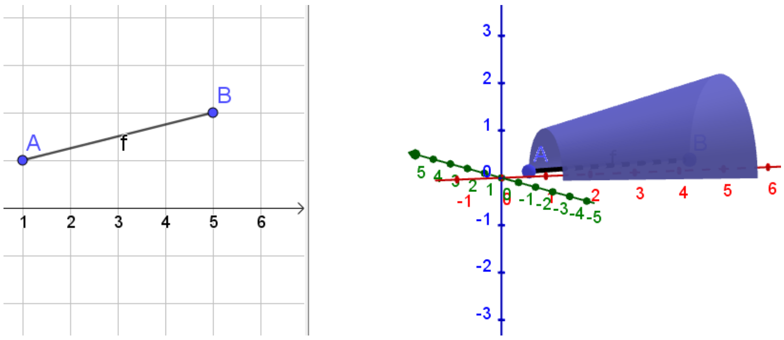


Imagen 2. Superficie de revolución al girar 180º alrededor de EjeX

El uso de deslizadores y botones hace mas atractiva y visual la generación de la superficie de revolución.

Actividad 3.

Si se desea construir la superficie de revolución que genera el segmento alrededor de cualquier otro eje, es necesario especificarlo.

Superficie(f, 360º,EjeY) construye la superficie alrededor del eje y.

Construye un tronco de cono como el que muestra la imagen como superficie de revolución de un segmento alrededor del eje y.

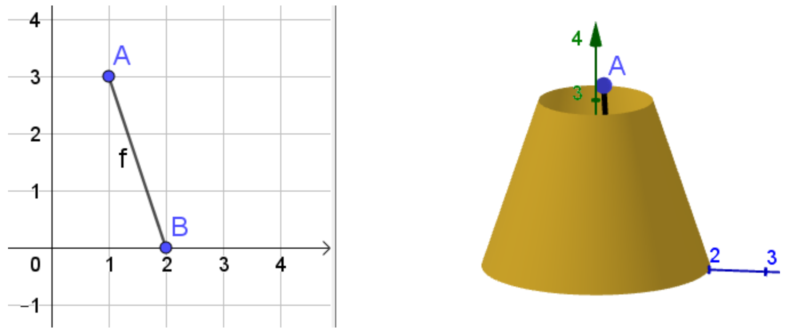


Imagen 3. Tronco de cono como superficie de revolución de un segmento.

Si se desea mostrar el eje y en posición vertical, basta acceder a las opciones de la vista gráfica 3D y marcas la casilla “**Eje Y vertical**”.

También podemos hacer **Superficie(f, 360º,EjeZ)** que en este caso creará una corona circular en el plano z=0. Es la forma más sencilla de colorear una corona circular con GeoGebra.

Actividad 4. Hiperboloide de una hoja

Construye una circunferencia de radio 2 con centro en el origen (0,0,0), puede hacerse con la herramienta Circunferencia o bien utilizando la instrucción: **Circunferencia(<Punto origen>, <Radio>, <Dirección>)**

Circunferencia((0, 0, 0), 2, EjeZ). De forma análoga construye la circunferencia centrada en (0,0,3) de radio 2, o bien como traslación de la primera por el vector (0,0,3).

Construye un punto sobre cada una de las circunferencias y el segmento que los une.

La superficie de revolución **Superficie(f,2pi,EjeZ)** será un cilindro, cono o hiperboloide de una hoja en función de la posición relativa de los puntos sobre las circunferencias.

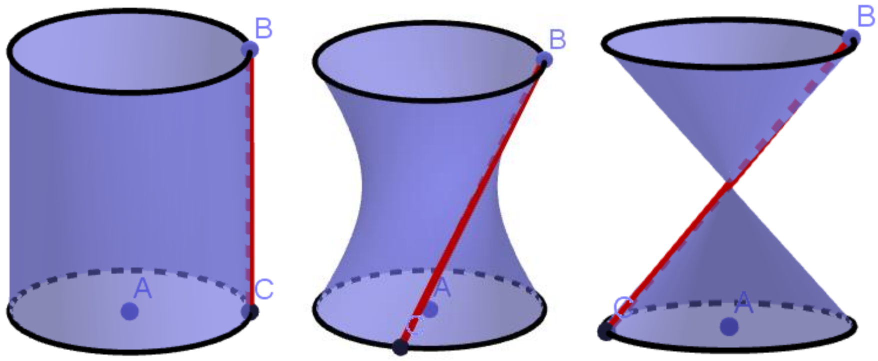


Imagen 4. Cilindro, hiperboloide de una hoja y cono como superficies de revolución de un segmento.

Generaliza la construcción creando dos deslizadores r (radio) y h (altura), las circunferencias en este caso son:

Circunferencia((0,0,0),r, EjeZ) y **Traslada(c,(0,0,h))**

1.1.2 Superficies de revolución de polígonos y circunferencias.

Actividad 5.

Construye un polígono en la vista gráfica y crea las superficies de revolución que se generan al rotar sobre el eje x y sobre el eje y.

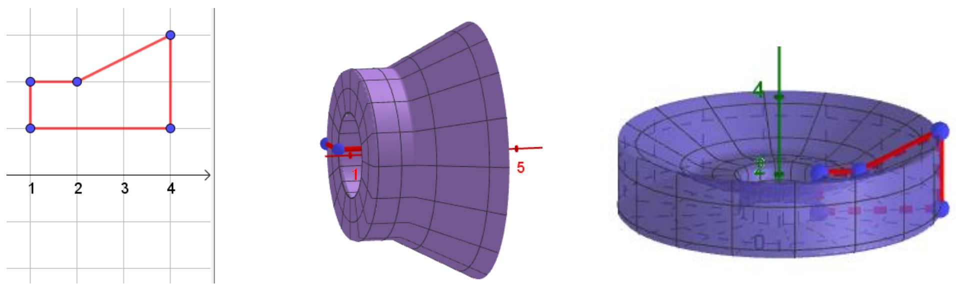


Imagen 5. Superficies de revolución de un polígono.

Actividad 6. Toro

Construye un toro como superficie de revolución de una circunferencia.

Construye un punto sobre el eje x, por ejemplo A=(4,0,0). Introduce la expresión **Circunferencia(A, 1, EjeY)** que construye la circunferencia de radio 1 centrada en A en la dirección del eje y. Basta ahora escribir **Superficie(c,360º, Eje Z).**

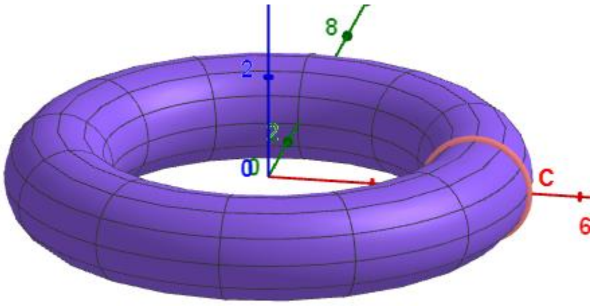


Imagen 6. Toro como superficie de revolución de una circunferencia.

Como en las construcciones anteriores, puee generalizarse utilizando deslizadores.

1.1.3 Superficies de revolución de líneas poligonales. Comando Spline.

Actividad 7.

Utilizando la herramienta **Poligonal**, construye una línea poligonal en la vista gráfica o gráfica 2, o bien escribe en barra de entrada: Poligonal(A,B,C,D,E,F). la instrucción **Superficie(f, 360º, EjeY)**, donde f es la poligonal, construye la superficie de revolución que se muestra en la imagen de la izquierda. Se ha situado el eje y en posición vertical.

El comando Spline construye una curva redondeada o suave que pasa por los puntos que se indiquen. La estructura del comando es : **Spline(<Lista de puntos>, <Grado ≥ 3>),** como se muestra en la imagen de la derecha.

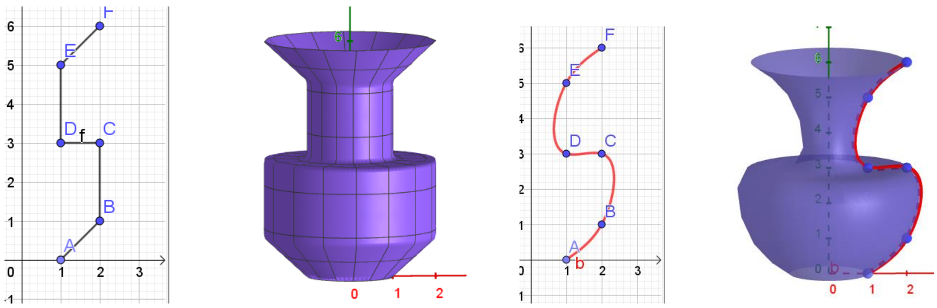


Imagen 7. Superficie de revolución de una línea poligonal y su curva Spline.

1.1.4 Superficies artesanales. Figura a mano alzada

Actividad 8.

Seleccionando la herramienta “**Figura a mano alzada**” podemos dibujar con el ratón una línea, que GeoGebra denomina **boceto(x)** y a partir de ella construir la superficie de revolución correspondiente.

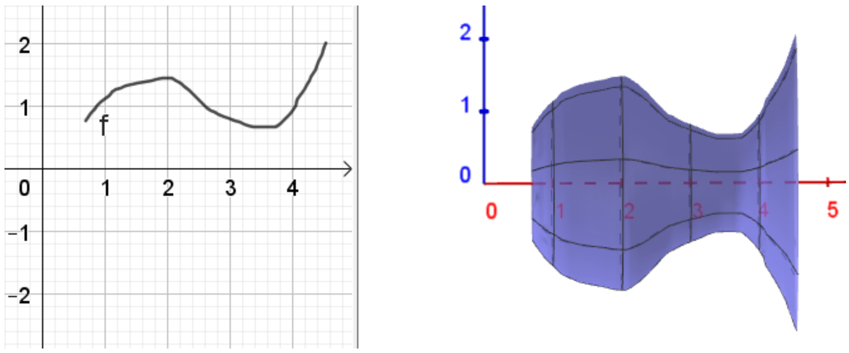


Imagen 8. Superficie de revolución de una línea a mano alzada.

Para que GeoGebra identifique la línea a mano alzada, ésta ha de ser una función, a cada valor de x, un único valor de y.

Las versiones actuales de GeoGebra permiten también construir polígonos sencillos: triángulos, cuadrados, rectángulos, así como circunferencias a mano alzada. Basta que la línea trazada con el ratón u otro dispositivo sea aproximadamente el objeto que se desea.

2. Superficies regladas

Una superficie reglada, en geometría, es la generada por una recta, denominada generatriz, al desplazarse sobre una curva o varias, denominadas directrices. En función de las características y condiciones particulares de estos elementos, recibe diversos nombres.

Imagen 10. Superficies regladas.

2.1 Parametrizar un segmento

Construye dos puntos A, B en el plano. Estos puntos se muestran también en la vista 3D.

Escribe en la barra de entrada **Curva(A (1-t) + B t, t, 0,1)** Se muestra el segmento AB. Sea a dicho segmento. Construye ahora un deslizador u con valores entre 0 y 1 con incremento 0.01. escribe en barra de entrada a(u). Al variar el deslizador vemos como el punto que se crea recorre el segmento.

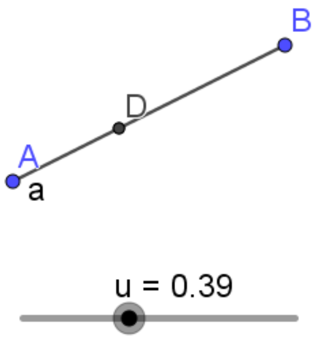


Imagen 11. Segmento en forma paramétrica.

Nota. GeoGebra permite construir superficie regladas entre segmentos sin que estén parametrizados. Pero la técnica utilizada nos sirve para construir otras superficies regladas.

2.2 Superficies regladas entre dos segmentos.

Actividad 9.

Construye dos segmentos AB y CD sobre el plano base en la vista 3D. Al situar el ratón sobre ellos aparecen dos dobles flechas horizontales que permiten mover los puntos sobre el plano xy, con un clic en el punto aparece una doble flecha vertical que permite mover los puntos verticalmente. Mueve verticalmente alguno de los puntos y escribe en barra de entrada: **Superficie(f(t) (1-k)+g(t) k, k,0,1,t,0,1)**, siendo f y g los segmentos AB y CD respectivamente. Se muestra la superficie reglada entre ambos segmentos. La superficie que se ha construido recibe el nombre de paraboloide hiperbólico, también conocido como “silla de montar”.

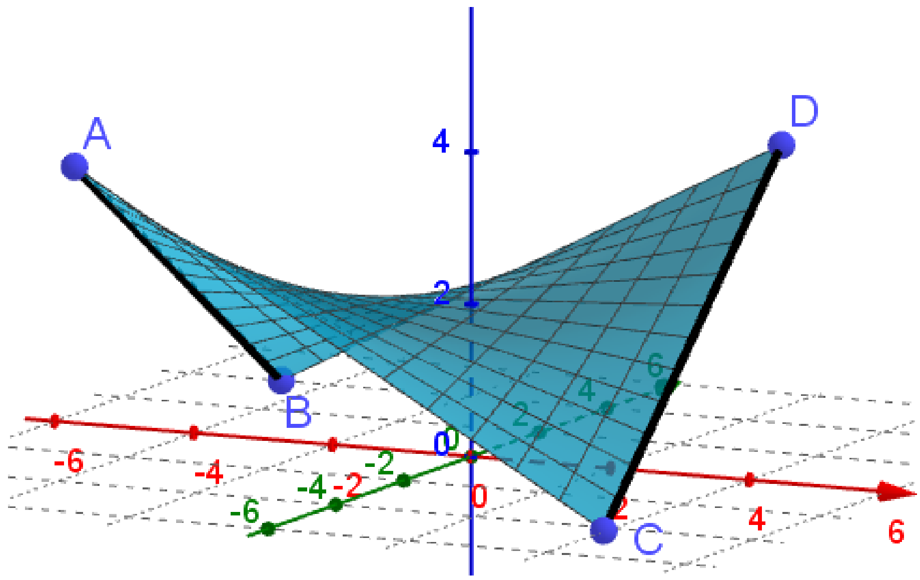


Imagen 12. Superficie reglada entre dos segmentos. Paraboloide hiperbólico.

Dados cuatro puntos, existe un único paraboloide hiperbólico que pasa por ellos.

Resulta relativamente sencillo comprobar que esta superficie está formada por segmentos en las dos direcciones. Es una superficie doblemente reglada.

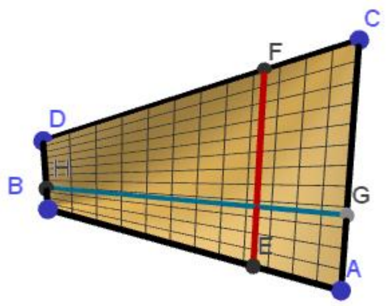


Imagen 13. El paraboloide hiperbólico es superficie doblemente reglada.

2.2.1 Superficies regladas entre curvas definidas por Splines

Construye sobre el plano base cuatro puntos A,B,C,D aproximadamente alineados

Sobre el plano base de la vista 3D crea 4 puntos A, B, C, D más o menos alineados. Crea ahora otros cuatro puntos E, F, G, H también alineados.

Vamos a construir la curva Spline que pasa por A,B,C,D Escribe: **Spline({A,B,C,D})** y de igual forma **Spline({E,F,G,H})** se construyen las curvas a y b Construimos ahora la superficie que contiene a las dos curvas **Superficie(a(t)(1-k) +b(t) k, k,0,1,t,0,1)**

3.- Superficies de traslación.

Se denominan superficies de traslación o superficies traslacionales a las que se obtienen cuando una curva generatriz se desplaza siguiendo la trayectoria de otra curva directriz. Si la curva directriz es una recta (o segmento), se obtienen las superficies regladas. Las superficies de traslación son por tanto una generalización de las superficies regladas.

Las posibilidades de generación de superficies mediante esta técnica son infinitas. Sea a(u) es la curva generatriz, b(v) la curva directriz, si A es el punto de intersección de ambas, la superficie de traslación se obtiene mediante:

Superficie(a(u)+b(v)-A, u, u_m, u_M, v,v_m, v_M). donde los subíndices m y M aluden a valor mínimo y máximo de los parámetros.

En principio no hay restricciones en el tipo de curvas a y b, con la única condición que ambas curvas estén expresadas en forma paramétrica.

Veamos un ejemplo de estas interesantes superficies. Una semicircunferencia (roja) se traslada siguiendo la trayectoria de otra semicircunferencia perpendicular (verde) como muestra la imagen de la izquierda.

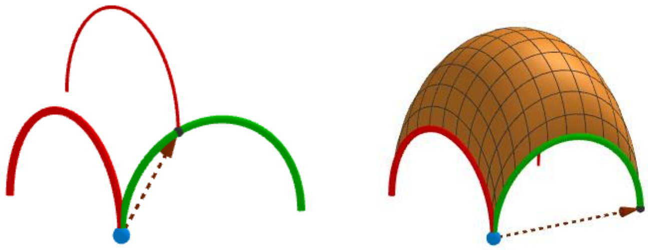


Imagen 14. Superficie de traslación de una semicircunferencia sobre otra semicircunferencia.

Actividad 17. Paraboloide hiperbólico.

Construye las dos parábolas siguientes expresadas en forma paramétrica:

Curva generatriz: Curva(-4,t,-t^2+4,t,-2,2). Curva directriz: Curva(t,0,t^2/4,t,-4,4). El punto de intersección de estas curvas es A(-4,0,4).

La superficie que se obtiene al trasladarse la primera parábola siguiendo la trayectoria de la segunda es: **Superficie(a(u)+b(v)-A, u, -2,2, v, -4,4)**.

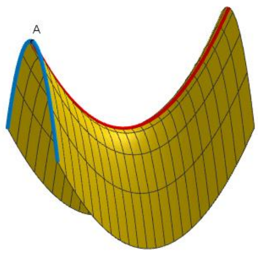


Imagen 15. Paraboloide hiperbólico como superficie de traslación.